Отклонения в движении спутников планет

Александр Вильшанский
(Технион, Израиль)

Согласно третьему закону Кеплера (упрощенно) для круговых орбит планет имеет место соотношение

$$\mathbf{a^3/T^2=Const}$$

где а – радиус орбиты (млн.км) и Т – период обращения (сутки).

Будем называть эту величину для простоты "коэффициентом Кеплера" "К"

$$\mathbf{К=a^3/T^2}$$

Ускорение, создаваемое силой притяжения, составляет

$$\mathbf{g= (2\pi)^2R/T}$$

Понятно, что если считать уравнение Кеплера совершенно точным, то легко сделать вывод, что если

$$\mathbf{T^2 \sim R^3}$$

то ускорение (g), а следовательно и сила, действующая на планету, обратно пропорциональны квадрату расстояния

$$\mathbf{F \sim 1/R^2}$$

Именно этот вывод и сделал Ньютон.

*

Для любой планеты Солнечной системы постоянная Кеплера “К” равна примерно

$$К=23{,}8\ (\text{млн.км})^3/\text{сут}^2$$

Понятно, что эта постоянная зависит от силы притяжения Солнца, хотя в формулу это явно и не входит. Для спутников Юпитера, к примеру, закон Кеплера в целом выполняется, но величина самой постоянной «К» будет другой, потому что у Юпитера и масса другая, чем у Солнца.

Так, для спутников Юпитера $К_J$=0,023 для всех его спутников. Для спутников Сатурна $К_S$= 0,007

Масса и ее спутники	Коэффициент Кеплера $K(\text{млн.км})^3/\text{сут}^2$
Солнце	23,8
Юпитер (M ~0,01S)	0,023
Сатурн	0,007
Земля	$7{,}767.10^{-5}$
Марс (Деймос) Марс (Фобос)	$8{,}30.10^{-6}$ $8{,}198.10^{-6}$

И вот тут мы впервые наталкиваемся на особенность - заметную разницу в величине постоянной Кеплера для спутников одной планеты - Марса.

У Земли всего один спутник – Луна - и удален он на довольно значительное расстояние, с которого сама Земля видна под углом около 2 градусов.
Для Земли $K_G=7{,}767.10^{-5}$ по данным об орбите Луны

Зато у Земли множество исскуственных спутников, чего не было во времена Кеплера и Ньютона. И вот какая наблюдается картина (если считать радиус орбиты от центра Земли)

Спутник	Коэффициент Кеплера
Луна	$7{,}\ 6100.10^{-5}$
Низкоорбитальный-1 (“Techsat”) h=800км T=101 мин	$7{,}527.10^{-5}$
Низкоорбитальный-2 (“ISS”-МКС) h=400км T=95 мин	$7{,}1546.10^{-5}$

Земля и ее спутники

Спутник	Коэффициент Кеплера
Луна a=0,3844 млн.км T=27,32 сут	**$7{,}61005.10^{-5}$**
Стационарная орбита a=42 000 км T= 1 сут	**$7{,}4088.\ 10^{-5}$**
Низкоорбитальный-1 (“Techsat”) h=820км a=7120 км T=101 мин = 0,0701388 сут	**$7{,}336.\ 10^{-5}$**
Низкоорбитальный-2 (“ISS”-МКС) h=400км T=95 мин	**$6{,}91.\ 10^{-5}$**

Для них уже очевидно не выполняется закон Кеплера! Коэффициенты для разных орбит отличаются во втором знаке, а сам коэффициент К уменьшается по мере уменьшения радиуса орбиты! Это может происходить только в том случае, если увеличивается период обращения.

Можно было бы подумать, что по мере приближения к Земле равнодействующая всех сил притяжения (а стало быть и ускорение свободного падения) становится как бы несколько меньше, так как некоторые части Земли на близком расстоянии действуют на спутник под углом. Однако математическое выражение силы притяжения для шарового объема, полученное в результате строгого расчета (интегрирования по объему шара величины силы притяжения от элементарного объема) показывает, что ничего подобного в действительности наблюдаться не может. Согласно этому расчету, проведенному еще Ньютоном, сила притяжения зависит только от квадрата расстояния до центра тяготеющей массы, а значит и Третий Закон Кеплера должен соблюдаться точно до самой поверхности Земли.

Тем не менее уже всем известная величина первой космической скорости (7,9 км\сек) не соответствует линейной скорости движения по орбите МКС (Международной космической станции) – на орбите высотой всего 400 км (T=95 мин) ее линейная скорость равна 7,05 км\сек (для орбиты 6400).
(Линейная скорость на орбите V=7,38 км\сек для орбиты R=6700 км и 7,27 км\сек для R=6600 км)

Если у поверхности Земли первая космическая равна 7,9 км\сек это означает, что период обращения у такого"спутника" был бы равен

T=2пR\V то есть 6,28*6200\7,9 = 4928,6 сек = 82 минуты

*

Если считать массу Земли сосредоточенной в ее центре, и коэффициент Кеплера величиной постоянной, то при увеличении радиуса орбиты до 6600 км период обращения (МКС) должен был бы рассчитываться из формулы Кеплера

$$K = \frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$$

При

$a_1 = 6200\text{км}$

$a_2 = 6600\text{км}$

$T_1 = 82\text{мин}$

Период обращения тела при радиусе орбиты 6600 км должен быть равен 90 мин. А на практике период обращения МКС на высоте 400 км равен 95 минутам.

Для спутника “Techsat” a = 7120 км
Если бы для орбиты спутника “Techsat” выполнялся бы закон Кеплера, то коэффициент Кеплера должен был бы быть таким же, как и для Луны, то есть

$$К=\mathbf{7{,}61005.10^{-5}}$$

Тогда

$a^3=373,\ 248.10^{-9}$

Подкоренное выражение после деления на К будет равно $49{,}047.10^{-4}$

И $T=7.10^{-2}$ суток

Поскольку в сутках 24x60 = 1440 минут, то T=14,40x7=100.8 минут

Если бы Закон Кеплера выполнялся, то для таких низких орбит время обращения должно быть существенно меньшим, то есть спутник должен был бы обладать заметно большей скоростью, чем это имеет место на практике. В действительности же на данной высоте над поверхностью Земли спутник имеет меньшую скорость, чем обязан был бы иметь при ожидаемом ускорении свободного падения (и потому его период обращения заметно больше). Следовательно, ускорение свободного падения на данной высоте, вызванное тяготением со стороны Земли оказывается несколько меньшим, чем должно быть по закону Ньютона?!

Основываясь на данных об околоземных орбитах можно считать, что едва заметные отклонения проявляются при расстояниях около 7R от центра планеты.

Вывод: